Chapitre III: Notions sur les fautes et les erreurs.

1. Généralités

Mesurer c'est l'action de comparer une grandeur (*quantité*) par rapport à une grandeur de même espèce prise comme référence: **talon** ou **gabarit**.

L'inexactitude d'une mesure quelconque est due à deux causes différentes: "**l'erreur**" ou "**la faute**".

2. Les erreurs

Une erreur est l'inexactitude due à l'imperfection des instruments de mesure et éventuellement la lecture des mesures. Les erreurs peuvent être minimisées en effectuant un bon choix des instruments et des méthodes de mesure.

2.1. Erreurs systématiques

Ce sont les erreurs qui proviennent généralement des défauts de construction des instruments de mesure.

2.2. Erreurs accidentelles

Ce sont des erreurs qui se produisent d'une manière aléatoire variables dans la grandeur et dans le sens, même si les conditions de mesure sont les même. Elles sont du à la fois: à **l'utilisateur** et à **l'environnement**.
On peut toute fois diminuer leur influence en répétant les mesures.

a. Erreurs vraies: ce sont les erreurs faites par rapport à une valeur exacte parfaite.
b. Erreurs apparentes: ces sont les écarts de mesures à leur moyenne.

Dans ce chapitre on va étudier les erreurs apparentes, c'est ce qu'on appelle: **théorie des erreurs.**
Cette théorie est basée sur l'observation.

3. Les fautes

Les fautes on topographie sont des inexactitudes qui proviennent de l'operateur ou de son aide. Les causes fréquentes sont: la maladresse, l'inattention ou l'oublie.

4. Constatations statistiques sur les mesures directes:

Quand la valeur exacte X est inconnue (cas le plus fréquent). On adopte comme valeur approchée la plus probable "**la moyenne arithmétique des mesures**", désignée par X_m.

Où:

X: la vraie valeur de l'inconnue.
$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$: ensemble de mesures.

La moyenne arithmétique: $X_m = (X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n)/n$

L'erreur vraie d'une mesure **i** : $\nu_i = X - X_i$

L'erreur apparente d'une mesure **i**: $e_i = X_m - X_i$

Les écarts (**e_i**) à la moyenne arithmétique sont appelés: **Ecarts**, **Erreurs apparentes** ou **Résidus**.

4.1. Propriétés de la moyenne arithmétique

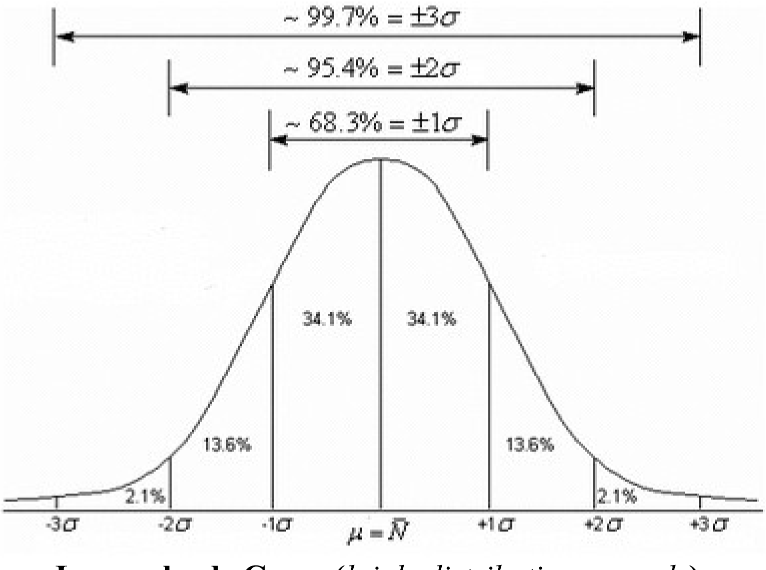
- la somme algébrique des écarts est nulle;
- la somme des carrées des écarts est minimale.

Les erreurs systématiques sont supposées éliminées, lorsque le nombre de répétition des mesures tend vers l'infini. La moyenne arithmétique des mesures tend alors ver la vraie valeur de la grandeur mesurée.

$$\lim_{n \to \infty} X_m = X$$

4.2. Etude de la courbe de Gauss

En portant les mesures sur un graphique:
La valeur des écarts en abscisse, et le nombre des écarts correspondants à des intervalles petites et égaux des valeurs de l'**Ema** (*Erreur moyenne arithmétique*) on ordonnée.



La courbe de Gauss (*loi de distribution normale*).

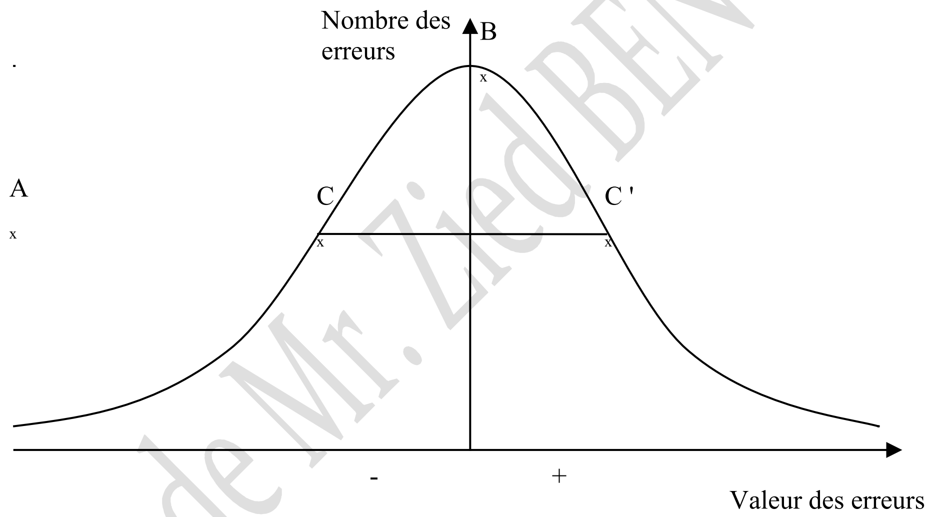
Si le nombre des mesures et le nombre des intervalles tendent vers l'infini, la courbe représentative prend la forme ci-dessus. Cette courbe est appelée "courbe de Gauss".

Quelque soit la grandeur mesurée directement:

- les écarts (erreurs) les plus petits sont les plus nombreux;
- les écarts sont compris entre deux valeurs extrêmes;
- à tout écart positif correspond un écart négatif (symétrie).

Soit les points **A**, **B** et **C** sur cette courbe:

- il n'existe pas de point tel que "**A**" avec une valeur très différente des autres, il s'agit d'une faute;
- des points tels que "**B**" sont nombreux (positifs et négatifs);
- à un point "**C**" correspond un point "**C'** " à peu près de même valeur, mis de signe contraire.



5. définition des erreurs caractéristiques

5.1. Erreur moyenne arithmétique:

L'expression théorique est:

$$Ema = \frac{|e_1| + |e_2| + |e_3| + ... + |e_n|}{n}$$

5.2. Erreur moyenne quadratique (*ou écart type σ*)

Pour un grand nombre de mesures:

$$Emq = \sigma = \pm\sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + ... + e_n^2}{n}}$$

Pour un nombre limité de mesures, la meilleure estimation est donnée par:

$$Emq = \sigma = \pm\sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + ... + e_n^2}{n-1}}$$

5.3. Erreur probable

C'est l'écart dont la probabilité d'être dépassée en valeur, est 1/2.

La valeur médiane est l'erreur probable "Ep". L'expérience montre que "Ema" et "Ep" sont liées à "Emq" par les relations numeriques très rapprochées suivantes:

$$Ep = (2/3)Emq = 0{,}6745\sigma$$
$$Ema = (4/5)Emq$$

5.4. Erreur maximum ou tolérance

On définit souvent l'erreur maximum ou tolérance par:

$$\left.\begin{array}{l} Em = 4Ep \\ Ep = (2/3)\sigma \end{array}\right\} \Rightarrow Em = 2{,}7\sigma$$

Cette valeur conventionnelle définit la limite à partir de laquelle il y a présomption de faute.

5.5. Cas particuliers

a- Erreur moyenne quadratique d'une somme: $S = x + y + z$

$$\sigma_S = \pm\sqrt{(\sigma_x)^2 + (\sigma_y)^2 + (\sigma_z)^2}$$

- Cette expression ne change pas pour une différence.
- Si tout les termes de la somme ont la même précision, c'est-à-dire sont caractérisés par la même Emq

$$\sigma_S = \pm\sigma\sqrt{n}$$

où: n est le nombre des termes de la somme.

b- Erreur moyenne quadratique d'une moyenne: $M = (x + y + z + ... + t) / n$

Par définition, toutes les mesures d'une moyenne arithmétique sont de même précision.

D'où l'on déduit:

$$\sigma_M = \pm\sqrt{\varepsilon_x^2 / n^2 + \varepsilon_y^2 / n^2 + \varepsilon_z^2 / n^2 + ... + \varepsilon_t^2 / n^2} \Leftrightarrow \sigma_M = \pm\sigma / \sqrt{n}$$